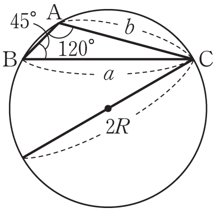
2 正弦定理と余弦定理

例題 1　正弦定理

$\triangle$ABCにおいて，$A=120°$，$B=45°$，$b=3\sqrt{2}$ のとき，a および外接円の半径Rを求めよ．



解　正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$A=120°$，$B=45°$，$b=3\sqrt{2}$ を代入して，$\dfrac{a}{\sin 120°}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 45°}$

よって，$a=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 45°}\cdot\sin 120°=3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{3\sqrt{3}}$

正弦定理より，$2R=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin 45°}=3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=6$

よって，$R=\mathbf{3}$

1　$\triangle$ABCにおいて，$A=30°$，$B=45°$，$a=4$ のとき，b および外接円の半径Rを求めよ．

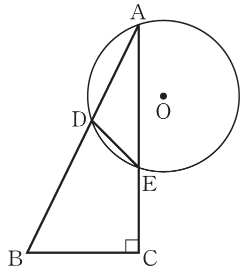
2　$\triangle$ABCにおいて，$A=45°$，$B=60°$，$b=6\sqrt{6}$ のとき，a，c および外接円の半径Rを求めよ．ただし，$\sin 75°=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ である．

3　$\triangle$ABCの外接円の半径が 3 で，$A=60°$，$B=45°$ のとき，a，b を求めよ．

4　$\triangle$ABCにおいて，$a=4$，$c=4\sqrt{2}$，$A=30°$ のとき，C，B を求めよ．

5　$\triangle$ABCにおいて，$A=15°$，$B=105°$，$c=4$ のとき，外接円の半径Rおよび a，b を求めよ．ただし，$\sin 15°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\sin 75°=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ である．

6　右図のような $\angle C=90°$ の直角三角形ABCで，BC=3，AC=6 である．点Aを通る半径 2 の円Oが辺AB，ACと交わる点をそれぞれD，Eとするとき，線分DEの長さを求めよ．



●ポイント

① 三角比を扱うときは，$\triangle$ABCの 3 つの角の大きさはA，B，Cで表し，それらの対辺の長さは a，b，c で表すことが多い．

② **〔正弦定理〕** $\triangle$ABCの外接円の半径をRとすると，

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$